

УДК 621.771.23

Василев Я. Д.  
 Завгородний М. И.  
 Самокиш Д. Н.  
 Замогильный Р. А.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕЙТРАЛЬНОГО УГЛА ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УТОЧНЁННОЙ МОДЕЛИ НАПРЯЖЕНИЙ ТРЕНИЯ

Для определения нейтрального угла  $\gamma$  при установившемся процессе тонколистовой (холодной) прокатки без натяжения широкую известность получила формула Экелунда-Павлова [1]:

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\alpha}{2\beta} \right), \quad (1)$$

где  $\alpha, \beta$  – угол контакта и угол трения при прокатке.

Этой формулой, опубликованной более восьмидесяти лет тому назад, продолжают пользоваться и сегодня для определения нейтрального угла при холодной прокатке, хотя сведения о её точности в литературе практически отсутствуют.

В основу вывода формулы (1) положено уравнение равновесия горизонтальных сил при двумерной прокатке [1–3]:

$$\int_{\gamma}^{\alpha} \tau R \cos \varphi d\varphi - \int_0^{\gamma} \tau R \cos \varphi d\varphi - \int_0^{\alpha} \tau R \sin \varphi d\varphi = 0, \quad (2)$$

где  $p, \tau$  – контактное нормальное напряжение и напряжение трения;

$R, \varphi$  – радиус рабочего вала и текущий угол контакта полосы с вальками.

При решении уравнения (2) авторы принимали, что нормальные напряжения распределяются равномерно по дуге контакта ( $p = const$ ), а напряжения трения  $\tau$  подчиняются условию [1–3]:

$$\tau = fp, \quad (3)$$

где  $f$  – коэффициент трения при установившемся процессе прокатки ( $f \approx \tan \beta$ ).

Принятие этих допущений при решении уравнения (2), относящиеся к разряду грубых, не способствовало повышению точности определения нейтрального угла. Более того, исследования, выполненные в последние годы, показали, что условие (3) является физически необоснованным и экспериментального подтверждения не имеет [4, 5]. По этим причинам формула (1) может рассматриваться только в качестве приближенной.

Целью работы являются исследования, направленные на повышение точности определения нейтрального угла при холодной прокатке.

Для реализации поставленной цели воспользовались дифференциальным уравнением равновесия продольных сил Кармана, которое для двумерной деформации записывается в виде [2, 3]:

$$dp = \left( \beta \sigma_T \mp \frac{\tau}{\tan \varphi} \right) \frac{dh_x}{h_x}, \quad (4)$$

где  $\beta, \sigma_T$  – коэффициент Лодэ и напряжение текучести материала полосы в очаге деформации;

$\varphi, h_x$  – угол контакта и толщина полосы в рассматриваемом сечении очага деформации.

Напряжения трения  $\tau$  при решении уравнения (4) описывали новой моделью, отличительной особенностью которой является то, что она получена с учетом кинематики очага деформации при холодной прокатке [4, 5]:

– для зоны отставания:

$$\tau = -fp \frac{V_{скх}}{|V_{ск0}|} = -fp \frac{h_0}{h_0 - h_\gamma} \left( \frac{h_\gamma}{h_x} - 1 \right); \quad (5)$$

– для зоны опережения:

$$\tau = -fp \frac{V_{скх}}{|V_{ск1}|} = -fp \frac{h_1}{h_\gamma - h_1} \left( \frac{h_\gamma}{h_x} - 1 \right), \quad (6)$$

где  $V_{ск0}$ ,  $V_{ск1}$  – значения скорости скольжения полосы относительно валков в сечениях входа и выхода из очага деформации;

$h_\gamma$ ,  $h_0$ ,  $h_1$  – толщина полосы в нейтральном сечении, на входе и выходе из очага деформации;

$V_{скх}$  – скорость скольжения в рассматриваемом сечении.

Эти модели отражают верно уровень и характер изменения напряжений трения на контакте полосы с валками, о чём свидетельствует удовлетворительное сходство расчетных эпюр напряжений трения  $\tau = \varphi(x/l)$  с экспериментальными эпюрами [4–6].

В результате совместного решения уравнений (4)–(6) ранее получили следующие дифференциальные уравнения, выражающие распределение нормальных контактных напряжений по дуге контакта при холодной прокатке соответственно в зоне отставания и опережения [5, 7]:

– для зоны отставания:

$$\frac{dp}{\beta\sigma_T dx} = \frac{dn_\sigma}{dx} = \frac{\Delta h}{lh_x} + \frac{2fn_\sigma a_0 \left( \frac{h_\gamma}{h_x} + 1 \right)}{h_x}; \quad (7)$$

– для зоны опережения:

$$\frac{dp}{\beta\sigma_T dx} = \frac{dn_\sigma}{dx} = \frac{\Delta h}{lh_x} + \frac{2fn_\sigma a_1 \left( \frac{h_\gamma}{h_x} - 1 \right)}{h_x}, \quad (8)$$

где

$$l = \sqrt{R\Delta h}; \quad (9)$$

$$a_0 = \frac{h_0}{h_\gamma - h_0}; \quad (10)$$

$$a_1 = \frac{h_1}{h_\gamma - h_1}, \quad (11)$$

$n_\sigma$ ,  $\Delta h$ ,  $l$  – коэффициент напряженного состояния, абсолютное обжатие, длина очага деформации.

Аналитическое решение дифференциальных уравнений (7) и (8) оказалось невозможным. Поэтому их решение осуществляли численным методом. Для этой цели был использован метод Рунге-Кутты [7]. В ходе решения очаг деформации делили на множество (свыше 1000) сечений и искали значение толщины полосы в нейтральном сечении  $h_\gamma$ , в котором, согласно определению, напряжения трения меняют знак и равняются нулю. Графически это соответствует координате точки касания кривых, описываемые уравнениями (7) и (8).

Зная  $h_\gamma$ , по уравнениям (5)–(8) рассчитывали напряжения на контакте полосы с валками и строили эпюры нормальных напряжений  $p = \varphi(x/l)$  и напряжений трения  $\tau = \varphi(x/l)$ , которые в дальнейшем были использованы для определения параметра  $\gamma/\alpha$ , характеризующего относительную протяженность зоны опережения. Типичные эпюры  $p = \varphi(x/l)$  и  $\tau = \varphi(x/l)$  при холодной прокатке приведены на рис. 1. Буквой  $\varphi_{\max}$  на этом рисунке показан угол, определяющий положение максимума контактных нормальных напряжений.

Отличительной особенностью представленных эпюр является то, что сечение максимума контактных нормальных напряжений не совпадает с нейтральным сечением. Данное сечение находится всегда в зоне отставания и всегда «отстаёт» от нейтрального сечения. Этот факт, впервые подтверждённый в настоящей работе соответствующими количественными данными, согласуется с теоретическими выводами А. Надаи, А. А. Королева и А. И. Целикова [4] и служит косвенным подтверждением справедливости предложенного решения.

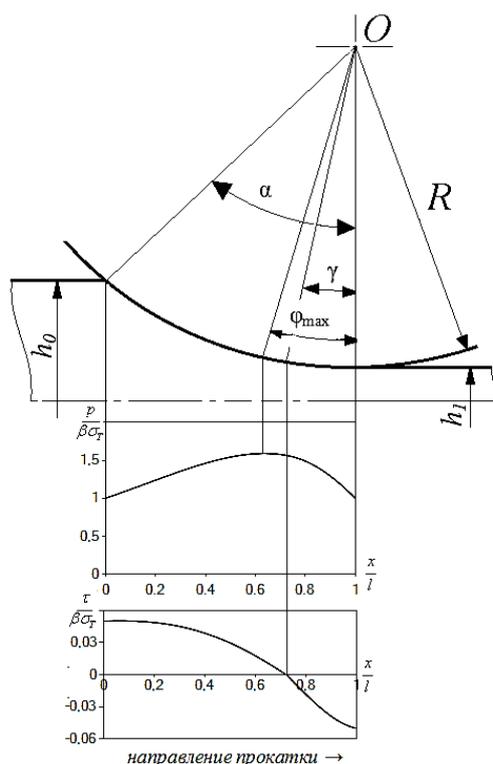


Рис. 1. Эпюры нормальных контактных напряжений и напряжений трения при холодной прокатке ( $R = 300$  мм;  $R/h_0 = 600$ ;  $f = 0,05$ ;  $\varepsilon = 0,4$ )

Из рис. 1 видно, что относительная протяженность зоны опережения в рассматриваемых условиях холодной прокатки равна 0,27. Для сравнения значение  $\gamma/\alpha$ , рассчитанное по формуле (1), составляет 0,37. Это означает, что они превышают величины  $\gamma/\alpha$  по предложенному решению в 1,37 раза. Поэтому можно утверждать, что формула (1) даёт всегда завышенные значения  $\gamma/\alpha$ . Впрочем, это вытекает также из анализа допущений, принятых при выводе этой формулы.

Для получения количественных данных о влиянии технологических параметров процесса холодной прокатки на относительную величину нейтрального угла  $\gamma/\alpha$  было выполнено исследование с использованием следующих исходных данных:  $R = 300$  мм;  $R/h_0 = 50$ – $6000$ ;  $\varepsilon \leq 0,45$  –  $0,50$ ;  $f = 0,03$ – $0,12$ . Максимальная величина частного относительного обжатия была принята равной 0,45–0,50, исходя из того, что процесс холодной прокатки на промышленных станах с более высокими обжатиями обычно не реализуется. По полученным из расчетных эпюр  $p = \varphi(x/l)$  и  $\tau = \varphi(x/l)$  данным о  $\gamma/\alpha$  строили зависимости  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  для различных значений параметра  $R/h_0$  и коэффициента трения  $f$ . Было установлено, что зависимости  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  с ростом параметра  $\alpha/\beta$  плавно убывают и выражаются практически одинаковыми

кривыми для всех исследованных значений отношения  $R/h_0$  и коэффициента трения  $f$ . Эти зависимости представлены на рис. 2 (кривые 2). Для сравнения на данном рисунке приведены также зависимости, построенные по формуле (1) (прямые 1).

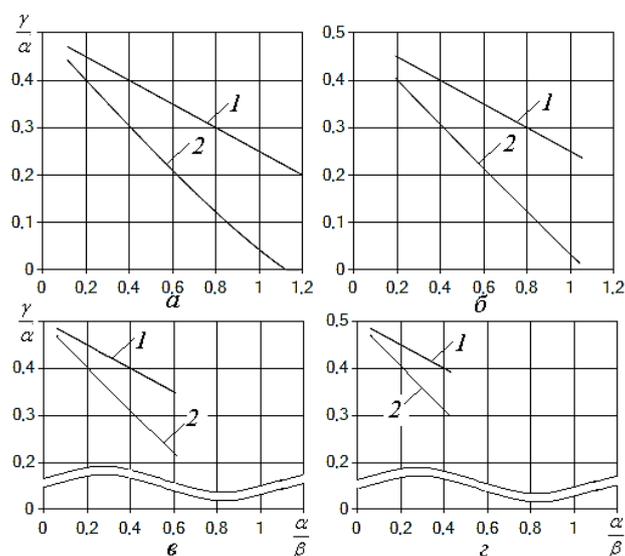


Рис. 2. Зависимости  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$ , построенные по формуле (1) (прямые 1) и по предлагаемому решению (кривые 2):

а –  $R/h_0 = 100$ ; б –  $R/h_0 = 500$ ; в –  $R/h_0 = 1500$ ; г –  $R/h_0 = 3000$

Из рис. 2 видно, что зависимости  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  по предлагаемому решению (кривые 2) и по формуле (1) отличаются между собой только количественно. Во всех случаях прокатки значения параметра  $\gamma/\alpha$  по формуле (1) получаются более высокими, чем по предлагаемому решению. С ростом параметра  $\alpha/\beta$  расхождения между ними увеличиваются и при  $\alpha/\beta = 0,7-1,0$  значения  $\gamma/\alpha$  по формуле (1) превышают соответствующие величины по новому решению в 2–5 раз и более, что очень существенно. Это означает, что выклинивание зоны опережения при холодной прокатке по предлагаемому решению происходит гораздо раньше, чем угол контакта (захвата) достигает удвоенной величины угла трения. Наглядным примером тому служит зависимость  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$ , представленная на рис. 2, а (кривая 2). Она свидетельствует о том, что зона опережения при холодной прокатке относительно толстых полос ( $R/h_0 = 100$ ) выклинивается ( $\gamma/\alpha = 0$ ), когда  $\alpha/\beta = 1,12-1,13$ . С уменьшением толщины прокатываемых полос (рис. 2, б, в, г) наименьшие значения параметра  $\gamma/\alpha$  при  $\epsilon \leq 0,45-0,50$  не превышают 0,4–1,0, что гарантирует высокую надёжность и устойчивость процесса. Поэтому выклинивание зоны опережения в реальных условиях холодной прокатки тонких и особо тонких полос практически невозможно или крайне маловероятно.

Из изложенного следует, что одним из основных результатов выполненного исследования являются сведения о величине параметра  $\alpha/\beta$ , при которой происходит выклинивание зоны опережения. Согласно полученным данным, зона опережения при холодной прокатке выклинивается, когда параметр  $\alpha/\beta$  приобретает значения 1,10–1,15. Таким образом, встречающиеся в литературе утверждение о том, что зона опережения выклинивается при  $\alpha = 2\beta$  является необоснованным. В связи с этим очевидно, что это условие должно записываться в виде  $\alpha \leq n\beta$  (где  $n < 2$ ). При этом сомножитель  $n$  не может быть простым числом, а, скорее всего, некоторой функцией  $n = \varphi(\alpha/\beta)$ , поскольку у зависимости  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  (рис. 2) по предлагаемому решению не описываются линейными уравнениями.

Статистическая обработка полученных в данной работе зависимостей  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  при холодной прокатке показала, что они могут быть описаны формулой:

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\alpha}{n\beta} \right), \quad (12)$$

где 
$$n = 1 + 0,12 \left( \frac{\alpha}{\beta} \right). \quad (13)$$

Погрешность описания определения  $\gamma/\alpha$  при холодной прокатке по формуле (12) не превышает 2–4 %.

Формула (12) по структуре не отличается от формулы (1). Однако определение параметра  $\gamma/\alpha$  по этой формуле учитывает влияние неравномерности распределения контактных напряжений и обеспечивает более высокую точность и надёжность прогнозирования нейтрального угла при холодной прокатке. Этим она выгодно отличается от формулы Экелунда-Павлова, что позволяет рекомендовать её для определения нейтрального угла при холодной прокатке и оценке устойчивости процесса.

### ВЫВОДЫ

Показано, что при выводе формулы Экелунда-Павлова для определения нейтрального угла при тонколистовой (холодной) прокатке приняты грубые допущения без оценки вносимой при этом погрешности. В связи с этим она может рассматриваться только в качестве приближенной.

Предложено решение дифференциального уравнения равновесия продольных сил для определения контактных напряжений при холодной прокатке, в основу которого положена новая модель напряжений трения, учитывающая кинематику очага деформации. С помощью данного решения получены более точные данные об уровне и характере распределения контактных напряжений, которые были использованы для определения нейтрального угла при холодной прокатке.

Получены новые данные о величине нейтрального угла при холодной прокатке, учитывающие влияние неравномерности распределения контактных нормальных напряжений и напряжений трения. На базе этих данных предложена формула для определения нейтрального угла при холодной прокатке, обеспечивающая более высокую точность и надёжность прогнозирования данного параметра, что даёт основание рекомендовать её для практического применения.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов И. М. *Теория прокатки* / И. М. Павлов. – М. : Металлургиздат, 1950. – 610 с.
2. Целиков А. И. *Теория продольной прокатки* / А. И. Целиков, Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М. : Металлургия, 1980. – 320 с.
3. Грудев А. П. *Теория прокатки* / А. П. Грудев. – Изд. 2-е перераб. и доп. – М. : Интермет Инжиниринг, 2001. – 280 с.
4. Василев Я. Д. *Уточнение модели напряжений трения при прокатке* / Я. Д. Василев // *Известия вузов. Черная металлургия*. – 2001. – № 5. – С. 19–23.
5. Василев Я. Д. *Теория продольной прокатки : учебник для магистрантов вузов* / Я. Д. Василев, А. А. Минаев. – Донецк : УНИТЕХ, 2010. – 456 с.
6. *Контактное взаимодействие металла и инструмента при прокатке* / П. И. Полухин, В. А. Николаев, В. П. Полухин и др. – М. : Металлургия, 1974. – 200 с.
7. Василев Я. Д. *Определение контактных напряжений при тонколистовой прокатке* / Я. Д. Василев, Д. В. Коноводов, А. В. Дементюченко // *Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні : темат. зб. наук. праць*. – Краматорск : ДДМА, 2002. – С. 277–283.

Василев Я. Д. – д-р техн. наук, проф. НМетАУ;  
Завгородний М. И. – аспирант НМетАУ;  
Самокиш Д. Н. – аспирант НМетАУ;  
Замогильный Р. А. – магистрант НМетАУ.

НМетАУ – Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск.

E-mail: MaxZav@i.ua